

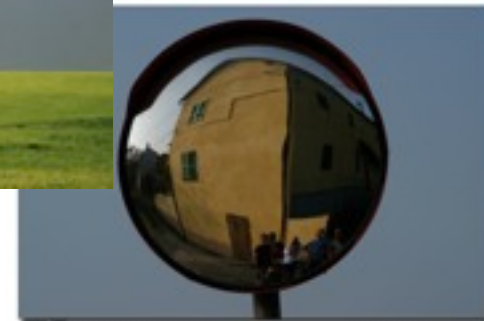
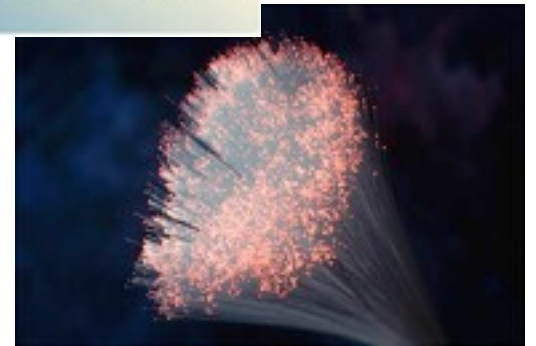
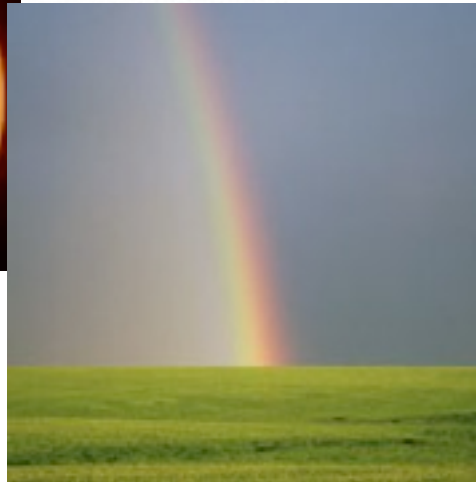
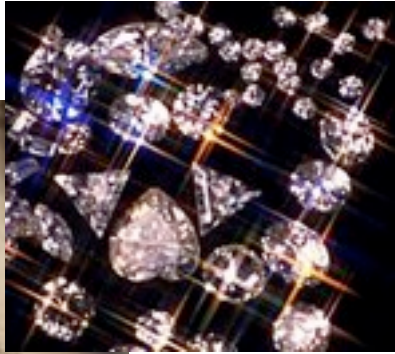
Fare scienza con il computer **OTTICA - RIFRAZIONE IN MEZZI NON OMOGENEI**

Giorgio Pastore (pastore@ts.infn.it)
Maria Peressi (peressi@ts.infn.it)

Universita' degli Studi di Trieste
Laboratorio Informatico "Poropat"
16 febbraio 2011



DEMOCRITOS
Democritos MOdeling Center for
Research In aTomic Simulation **INFM**



Ombre, penombre, eclissi...



la luce si propaga in modo rettilineo !

sempre ?

e tra due mezzi
omogenei diversi ?

e cosa succede in mezzi
non omogenei ? ...

osserviamo la realta':

Il fenomeno della rifrazione

cosa vediamo... ad es. nel passaggio dall'acqua all'aria ?



posizione apparente di
un oggetto nell'acqua:
piegamento dei raggi luminosi

... i miraggi



← aria piu' densa (meno calda)

← aria meno densa (calda)

Come si spiegano questi fenomeni?

L'**ottica geometrica** e' un modello semplificato ma riesce a descrivere (e in parte a spiegare) molti fenomeni.

Le leggi principali:

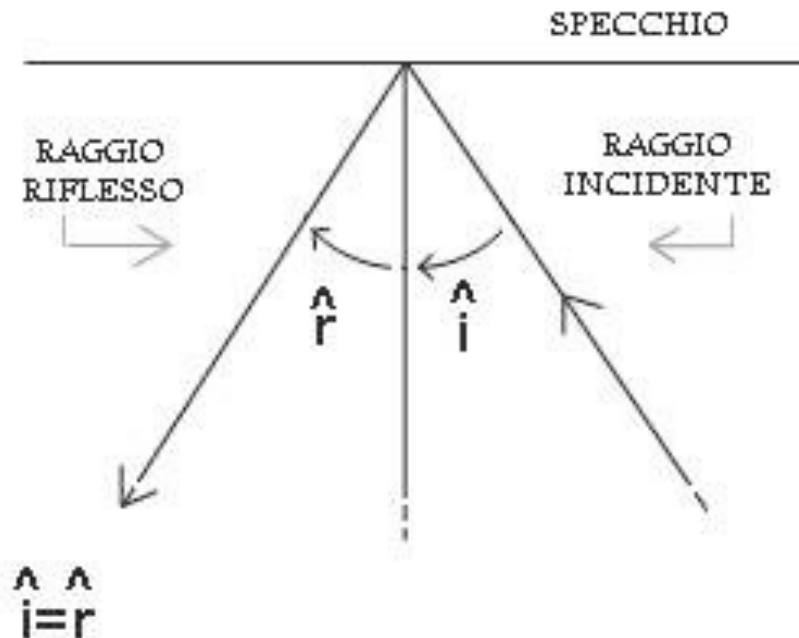
I. Propagazione rettilinea

La propagazione della luce nello spazio vuoto o **in un mezzo omogeneo avviene lungo percorsi rettilinei** e pertanto e' rappresentata mediante **raggi** o **rette**.

2. Riflessione

Come si comporta un raggio di luce quando incontra una **superficie riflettente**?

- 1° - Il **raggio incidente**, la **perpendicolare** allo specchio nel punto di incidenza e il **raggio riflesso** sono **complanari**, cioè giacciono tutti nello stesso piano
- 2° – L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione.



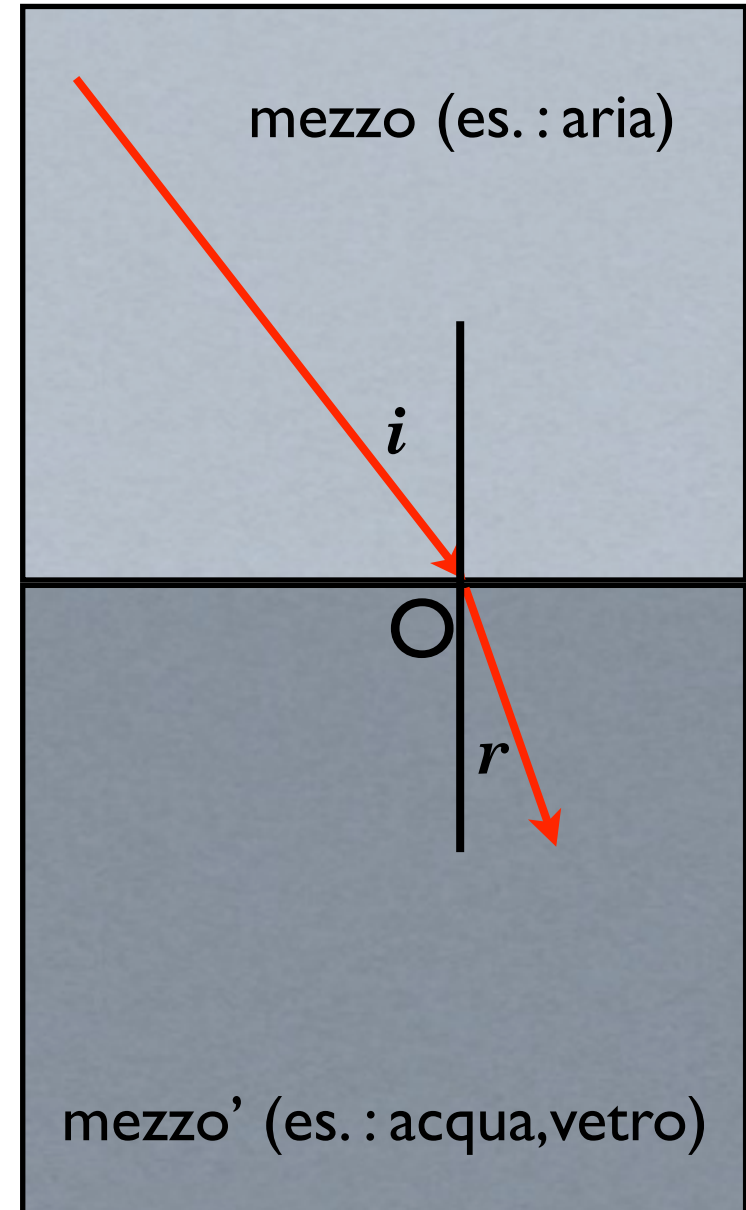
3. Rifrazione

Come si comporta un raggio di luce quando incontra una **superficie di separazione**?

1°) Il raggio incidente, la perpendicolare allo specchio nel punto di incidenza e il raggio rifratto sono complanari

2°) i raggi luminosi, nel passaggio da un mezzo ad un altro vengono **deviati** se incidono sulla superficie di separazione con angolo di incidenza diverso da zero.

In particolare, nel passaggio da un mezzo meno “denso” (l’aria) a uno più denso (l’acqua), il raggio rifratto si avvicina alla perpendicolare rispetto alla superficie di separazione:



Legge della rifrazione - I

Piu' precisamente:

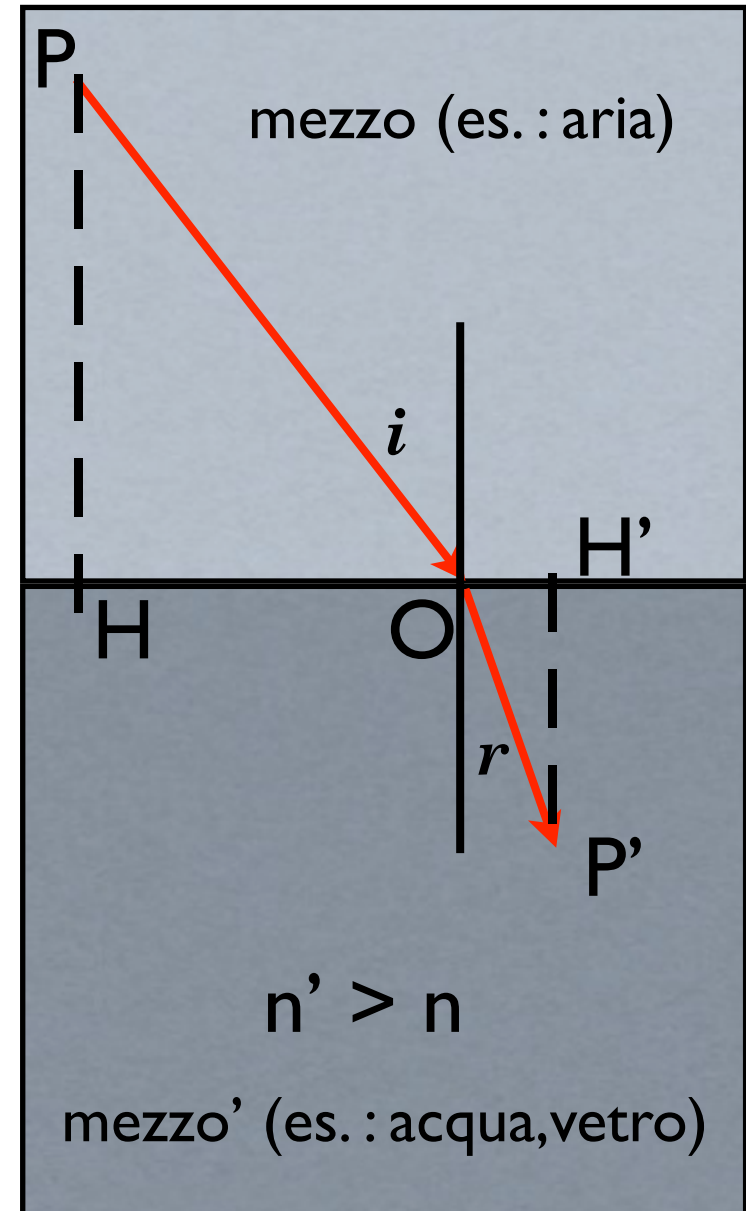
I rapporti tra le proiezioni OH e OH' di due tratti di cammino OP e OP' del raggio incidente e del raggio rifratto sulla superficie di separazione dei due mezzi, sono in un **rapporto costante** n'/n , detto **indice di rifrazione del secondo mezzo rispetto al primo**.

$$\frac{\frac{\overline{OH}}{\overline{OP}}}{\frac{\overline{OH'}}{\overline{OP'}}} = \frac{n'}{n}$$

Oppure, usando la trigonometria:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n'}{n}$$

legge di Snell (~1600)



Legge della rifrazione - II

in generale:

$$\frac{\frac{\overline{OH}}{\overline{OP}}}{\frac{\overline{OH'}}{\overline{OP'}}} = \frac{n'}{n}$$

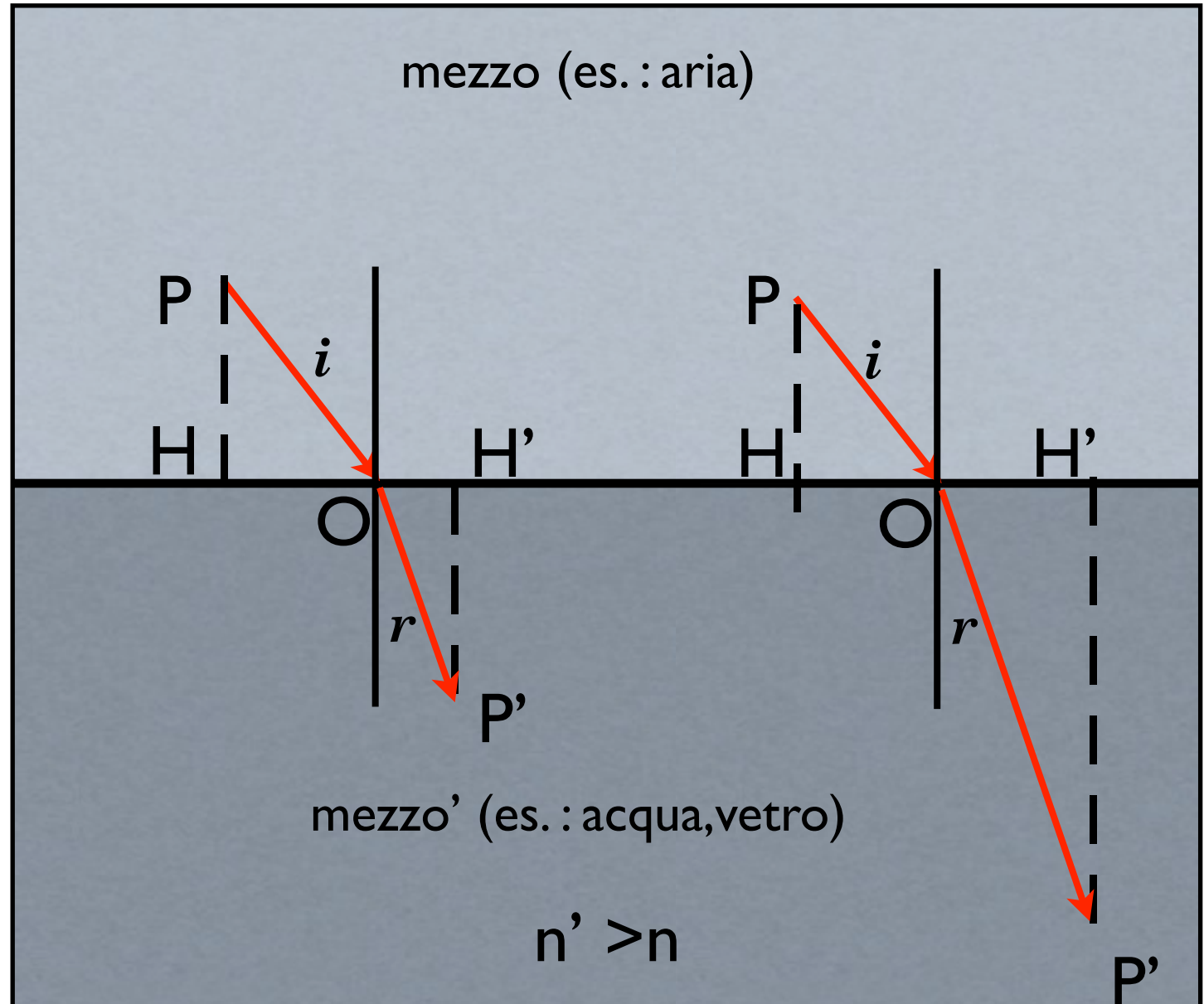
in particolare:

Se $\overline{OP} = \overline{OP'}$:

$$\frac{\overline{OH}}{\overline{OH'}} = \frac{n'}{n}$$

Se $\overline{OH} = \overline{OH'}$:

$$\frac{\overline{OP'}}{\overline{OP}} = \frac{n'}{n}$$



Indice di rifrazione rispetto al vuoto: alcuni valori

Aria = 1,0003

Acqua = 1,3

Vetro = valori compresi fra 1,5 e 1,8

Sale (cloruro di sodio) = 1,5

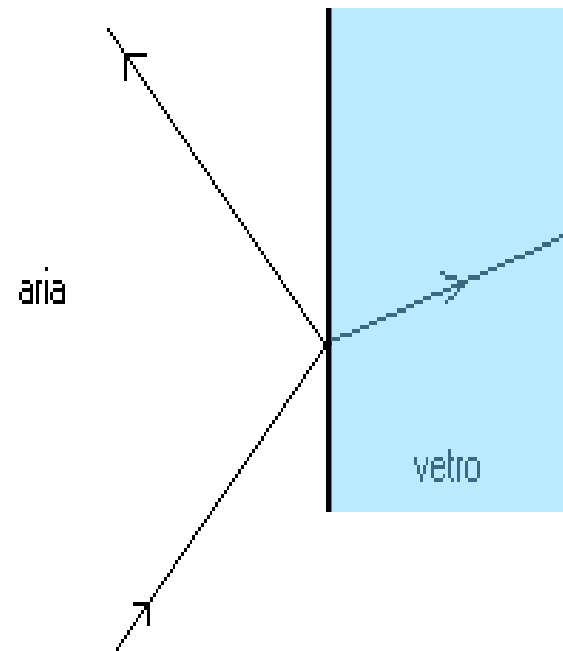
Diamante = 2,4

...

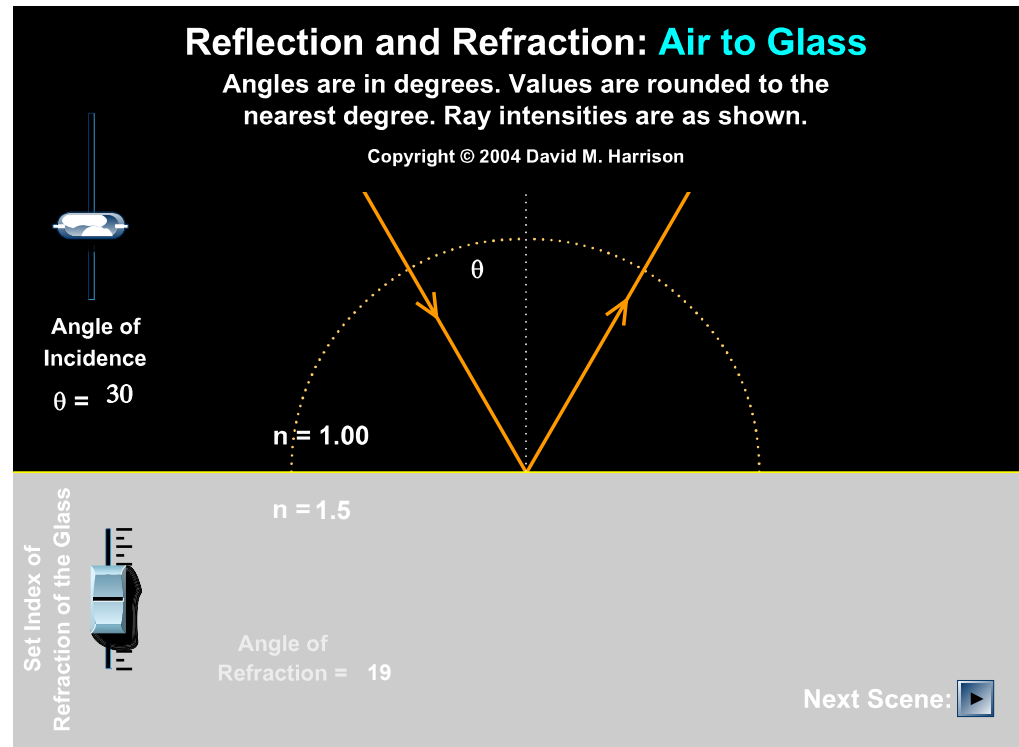
Nell'aria l'indice di rifrazione è di circa 1.0003 ('circa' perché dipende dalla temperatura, pressione, composizione dell'aria...), cosicché spesso viene in prima approssimazione considerato pari a 1.

Rifrazione e riflessione coesistono

Nel passaggio tra due mezzi diversi, il raggio di luce generalmente in **parte viene riflesso** e in **parte rifratto**.



Un semplice applet java su web per rifrazione e riflessione aria-vetro



(si possono variare interattivamente l'indice di rifrazione del vetro e l'angolo di incidenza)

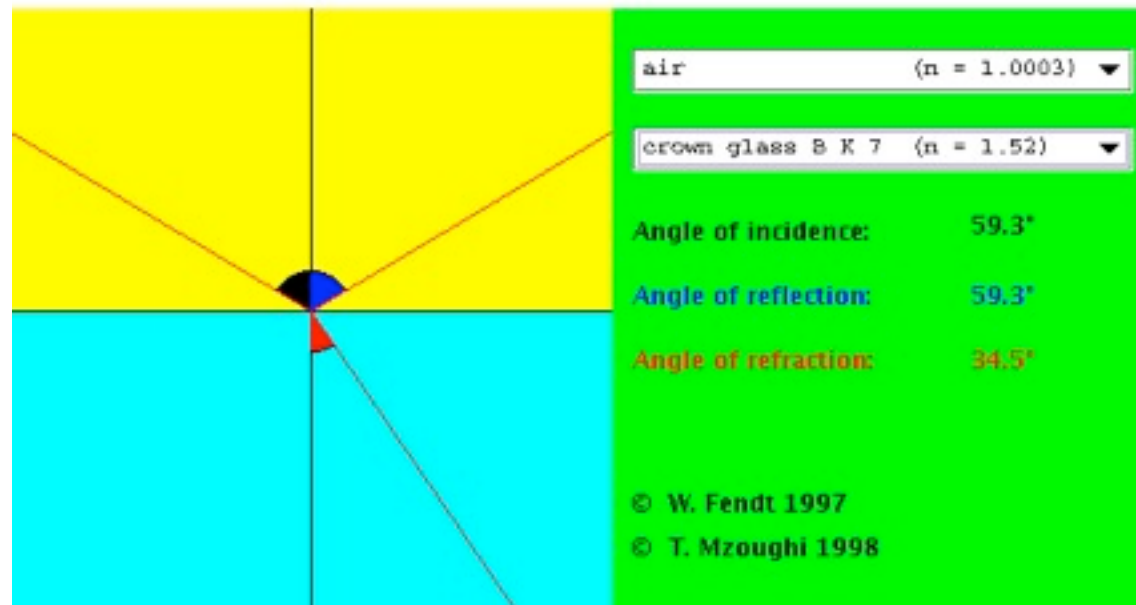
<http://www.cabrillo.edu/~jmccullough/Applets/Flash/Optics/ReflectionRefraction.swf>

- FACCIAMO INCIDERE IL RAGGIO
DALL'ARIA
- proviamo a variare l'angolo di incidenza: cosa cambia?
- proviamo a variare l'indice di rifrazione del vetro: cosa cambia?

- FACCIAMO INCIDERE IL RAGGIO DAL **VETRO**
- proviamo a variare l'angolo di incidenza: cosa cambia?
- proviamo a variare l'indice di rifrazione del vetro: cosa cambia?

- FACCIAMO INCIDERE IL RAGGIO DAL **VETRO**
- proviamo a variare l'angolo di incidenza: cosa cambia? => **non vediamo piu' il raggio rifratto**
- proviamo a variare l'indice di rifrazione del vetro: cosa cambia?

Un semplice applet java su web per rifrazione e riflessione tra due mezzi omogenei (anche diversi da aria e vetro)



(si possono variare interattivamente n_1 , n_2 , e l'angolo di incidenza)

http://www.walter-fendt.de/phl4i/refraction_i.htm

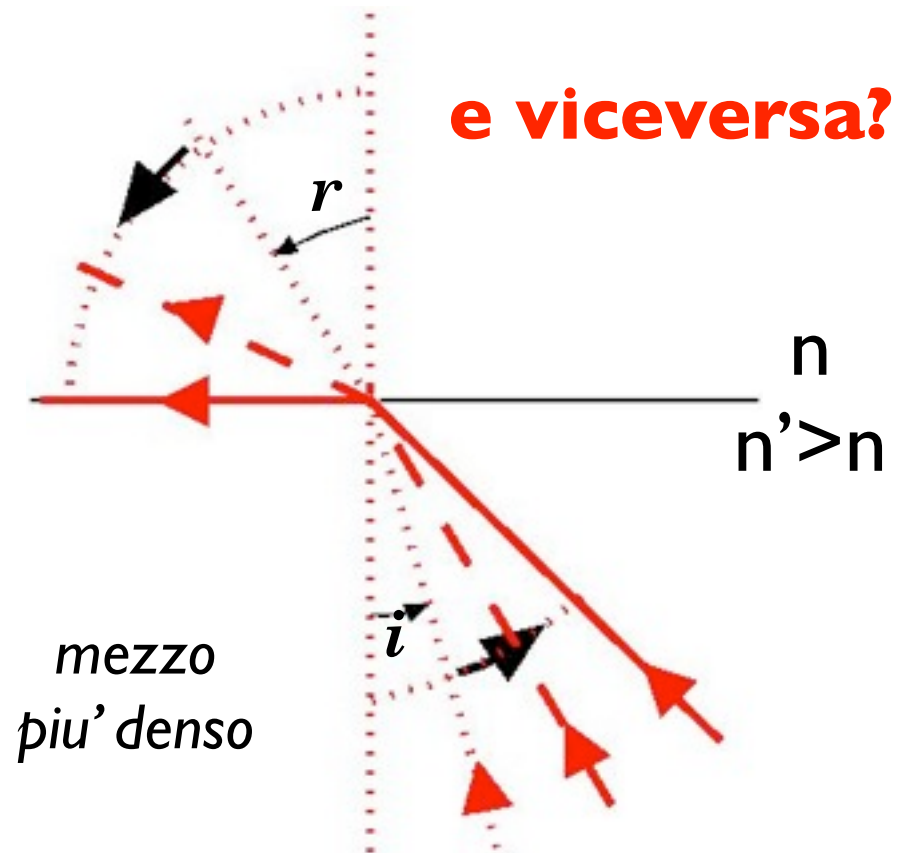
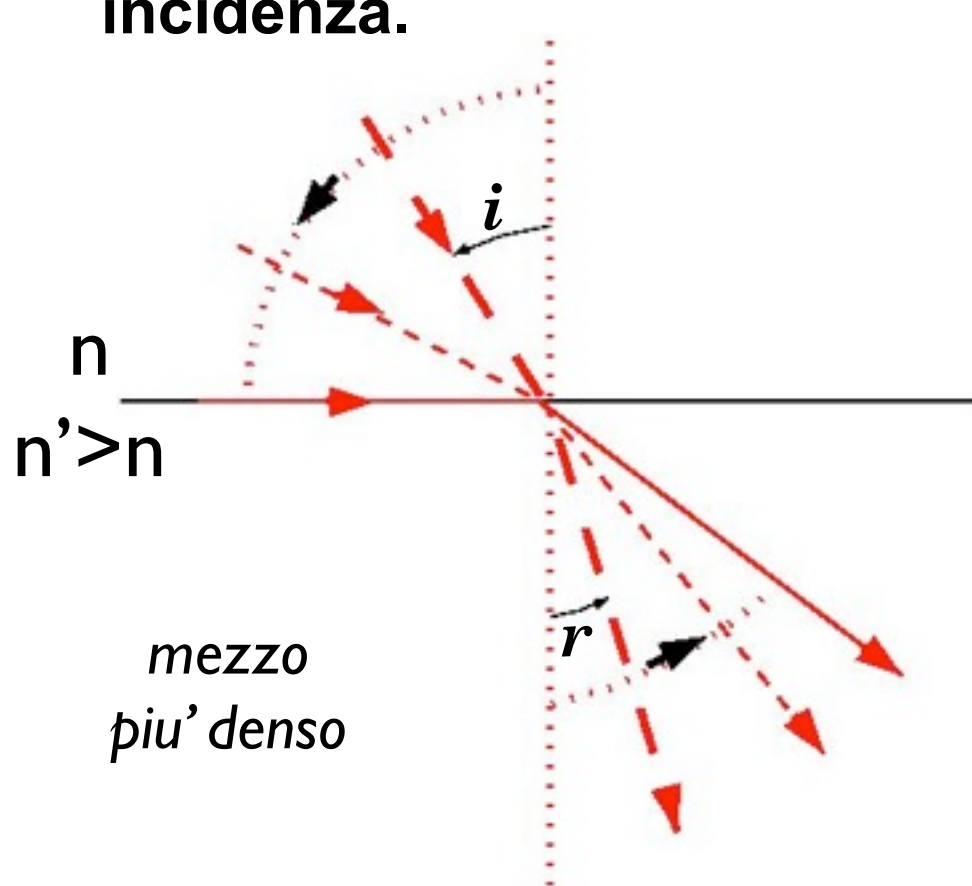
- FACCIAMO INCIDERE IL RAGGIO DAL
**MEZZO CON INDICE DI
RIFRAZIONE MAGGIORE**
- proviamo a mettere i parametri per il caso
acqua-aria...
- proviamo a variare l'angolo di incidenza: cosa
cambia?
.

- FACCIAMO INCIDERE IL RAGGIO DAL
**MEZZO CON INDICE DI
RIFRAZIONE MAGGIORE**
- proviamo a mettere i parametri per il caso
acqua-aria...
- proviamo a variare l'angolo di incidenza: cosa
cambia? => di nuovo, **oltre a un certo angolo
di incidenza, non vedo piu' il raggio rifratto**

come lo spieghiamo?

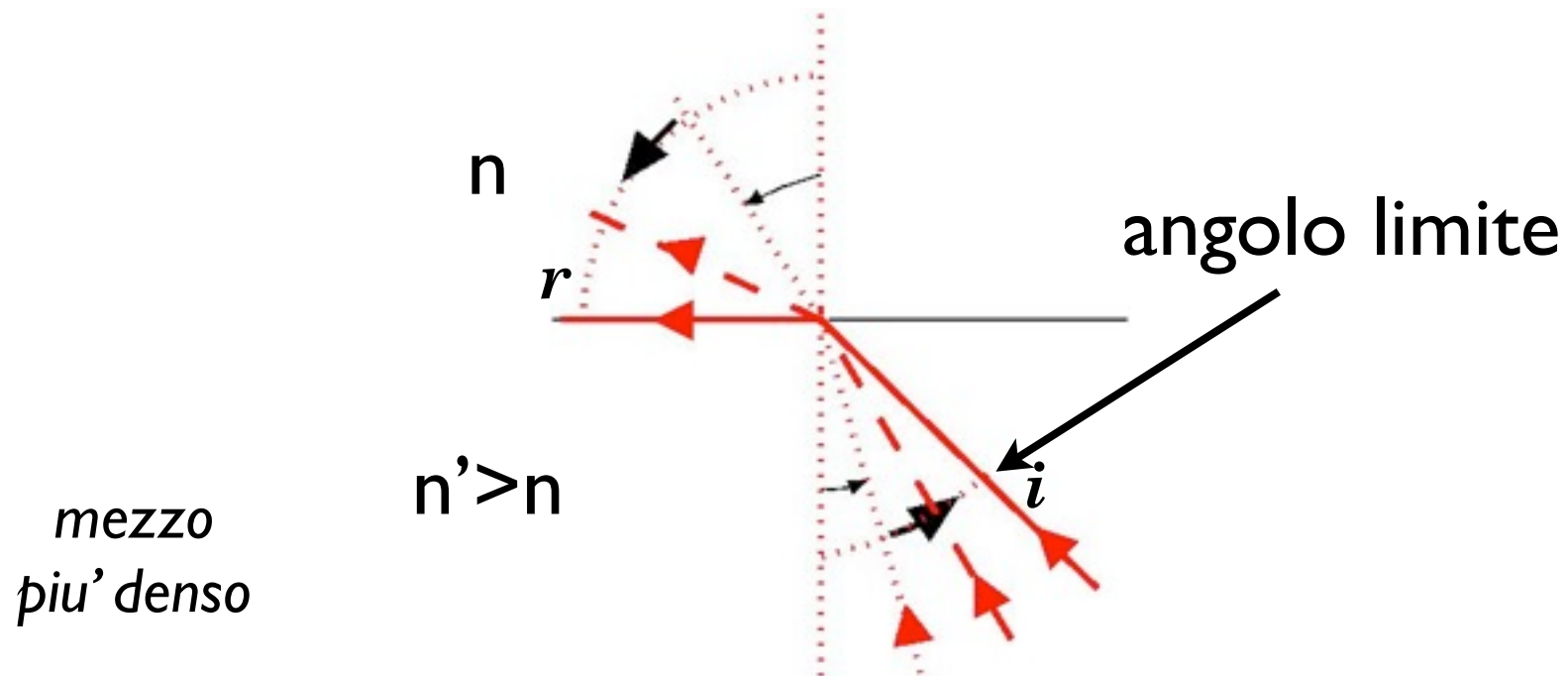
Si puo' invertire “totalmente” il cammino della luce?

Nel passaggio da un mezzo con indice di rifrazione minore a uno maggiore (es. aria=>acqua) il raggio luminoso prosegue il suo cammino e viene deviato, **qualunque sia il suo angolo di incidenza.**



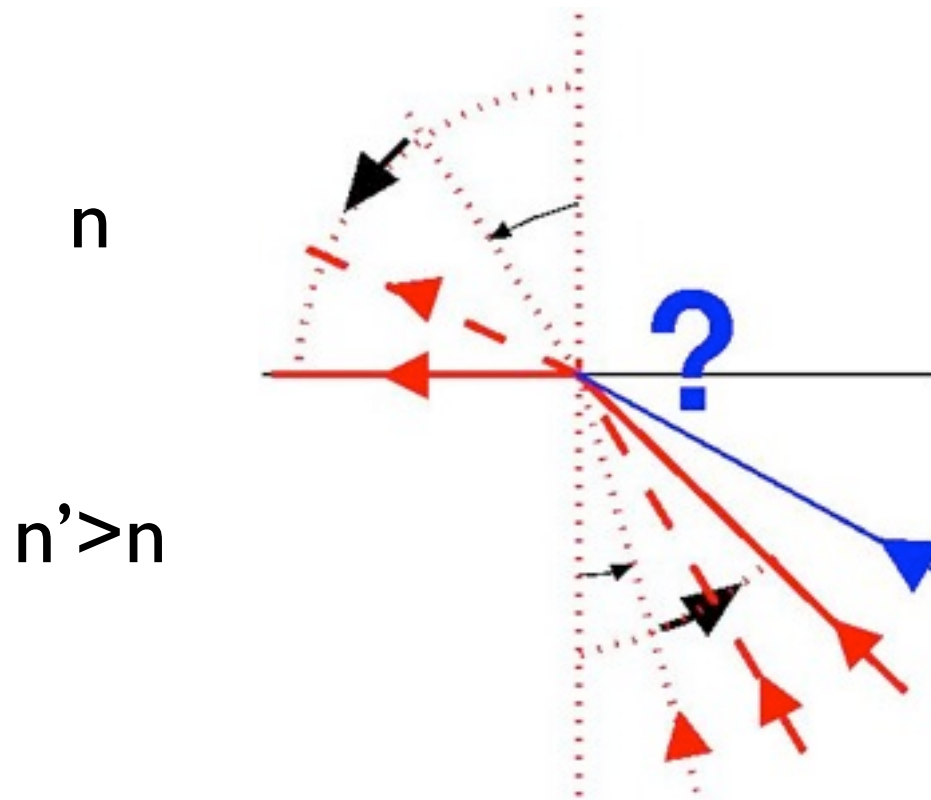
Angolo limite

Ma nel passaggio da un mezzo con indice di rifrazione maggiore a uno minore (es. acqua=>aria) vi è un determinato angolo di incidenza (angolo limite) al quale il raggio rifratto viaggia parallelamente alla superficie di separazione tra i due mezzi:



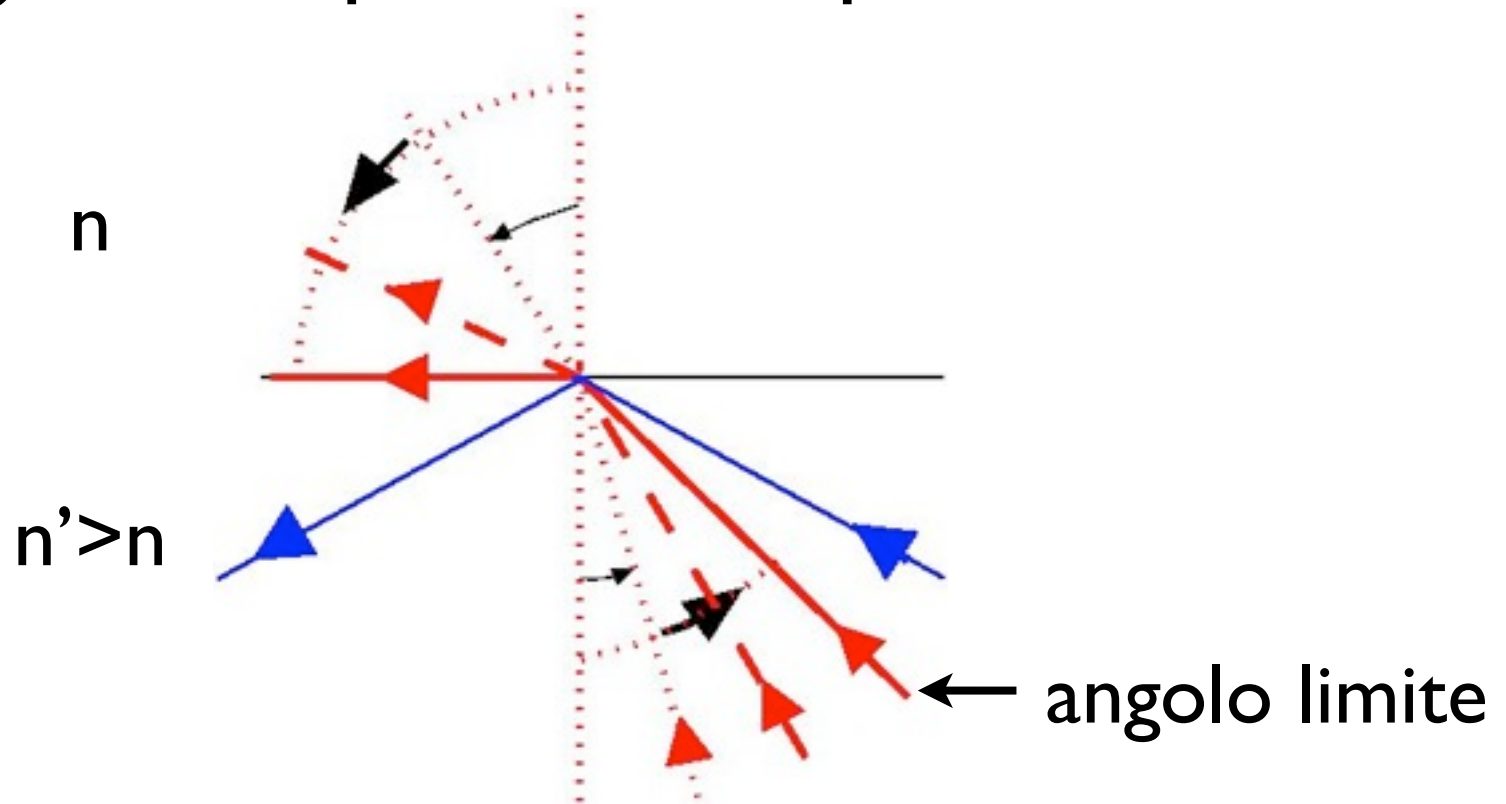
Il valore dell'angolo limite è determinato dalla legge della rifrazione
Per il vetro comune ($n' = 1,5$) l'angolo limite è di circa 42° .

per angoli di incidenza maggiori dell'angolo limite,
il raggio che arriva sulla superficie di
separazione ... ???



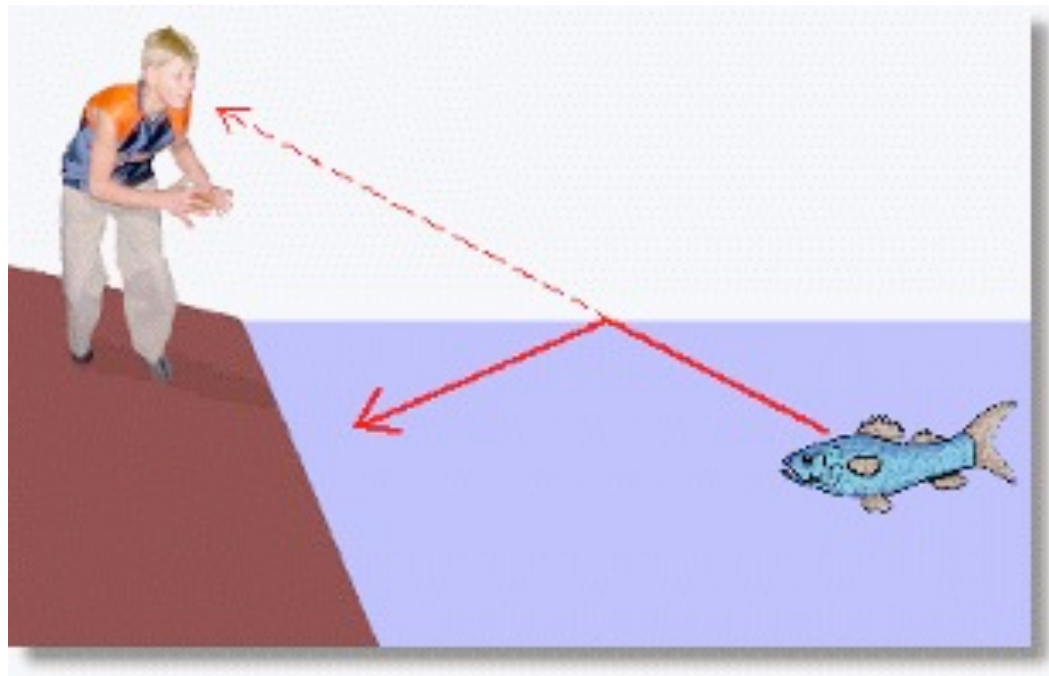
Riflessione totale

per angoli di incidenza maggiori dell'angolo limite, il raggio che arriva sulla superficie di separazione viene solo **riflesso (riflessione totale)** dalla superficie di separazione tra i due mezzi.



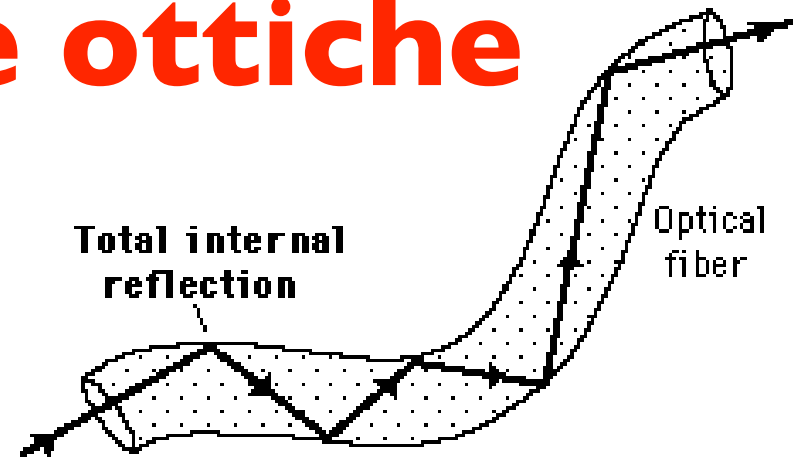
Il fenomeno della riflessione totale

a volte un oggetto appena sott'acqua e' invisibile...



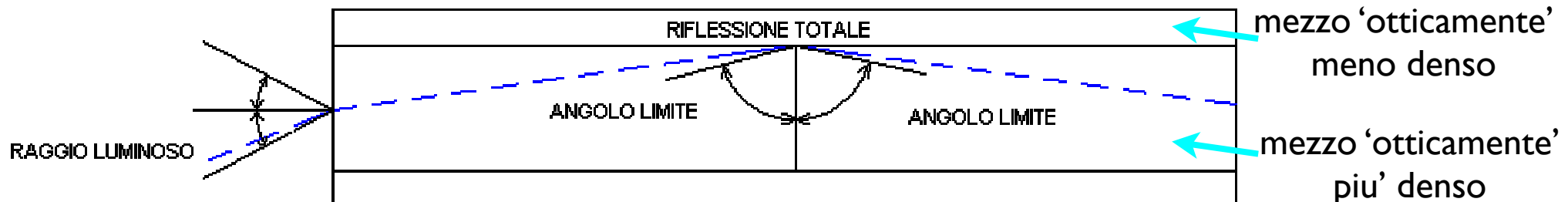
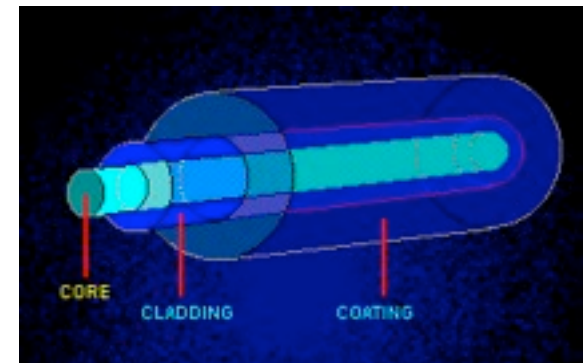
Ma viene usato? dove ?

Le fibre ottiche



I raggi che si introducono nella fibra ottica continuano a propagarsi solo al suo interno, comunque essa venga curvata o piegata

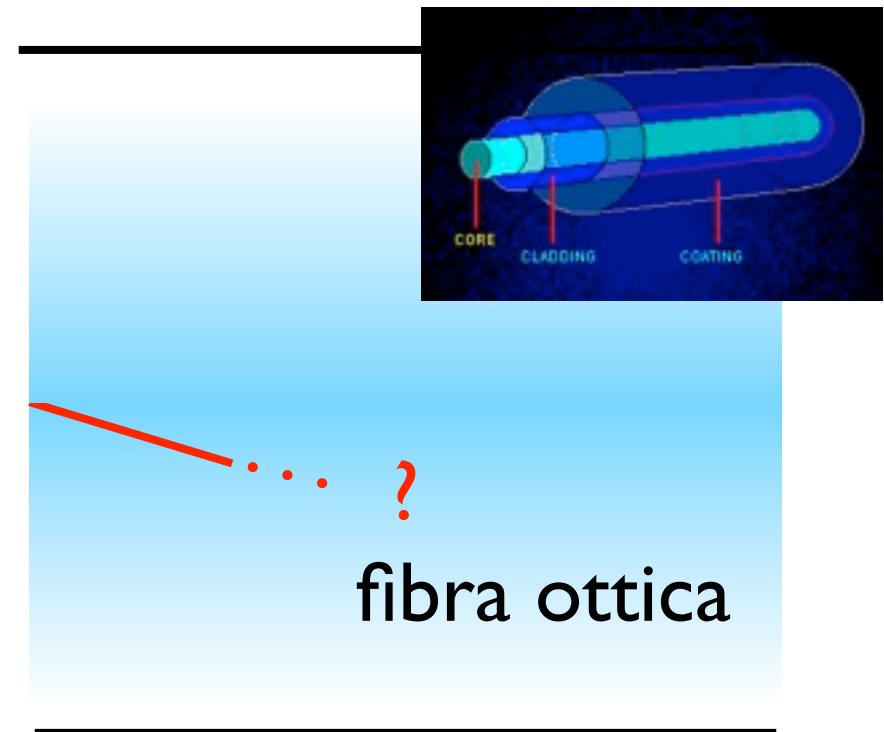
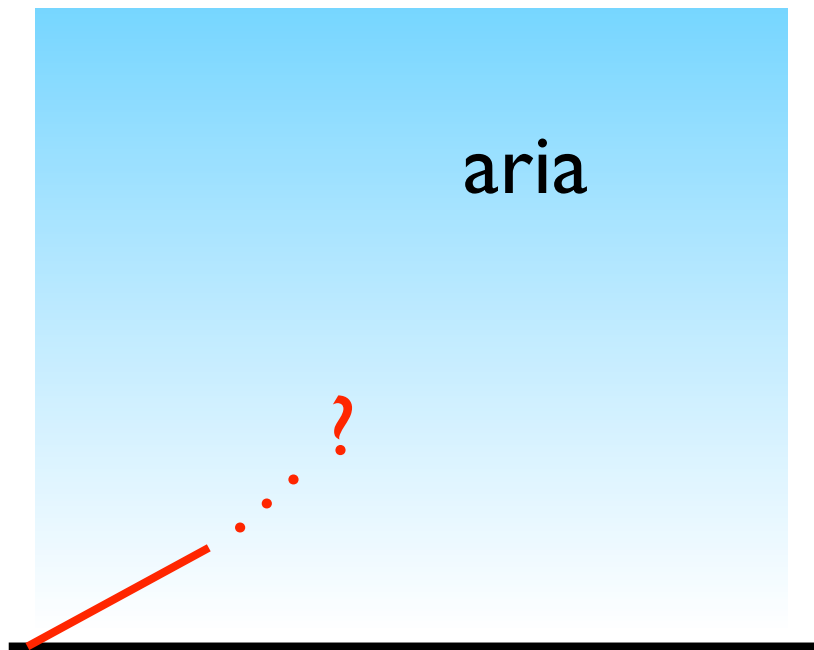
Applicazione della **riflessione totale**:
i raggi restano nella parte interna della fibra
fatta di un mezzo 'otticamente' piu' denso



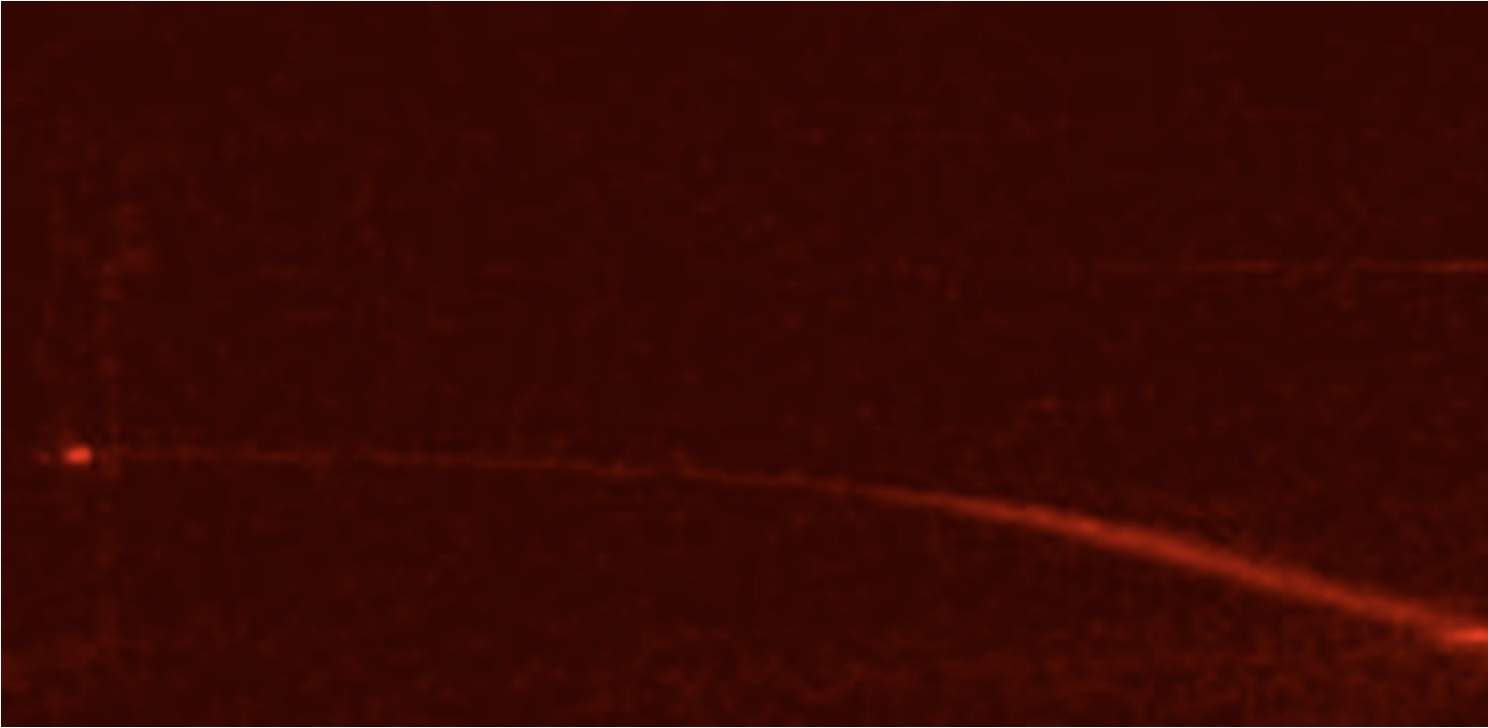
**Un'ulteriore complicazione:
nella maggior parte dei casi abbiamo
a che fare con mezzi non omogenei...**

Leggi semplici per il passaggio di un raggio da un mezzo omogeneo ad un altro.

Come generalizzare in mezzi non omogenei?



la fibra ottica puo' anche avere indice di rifrazione variabile dal centro alla periferia (mediante l'introduzione controllata di impurezze)

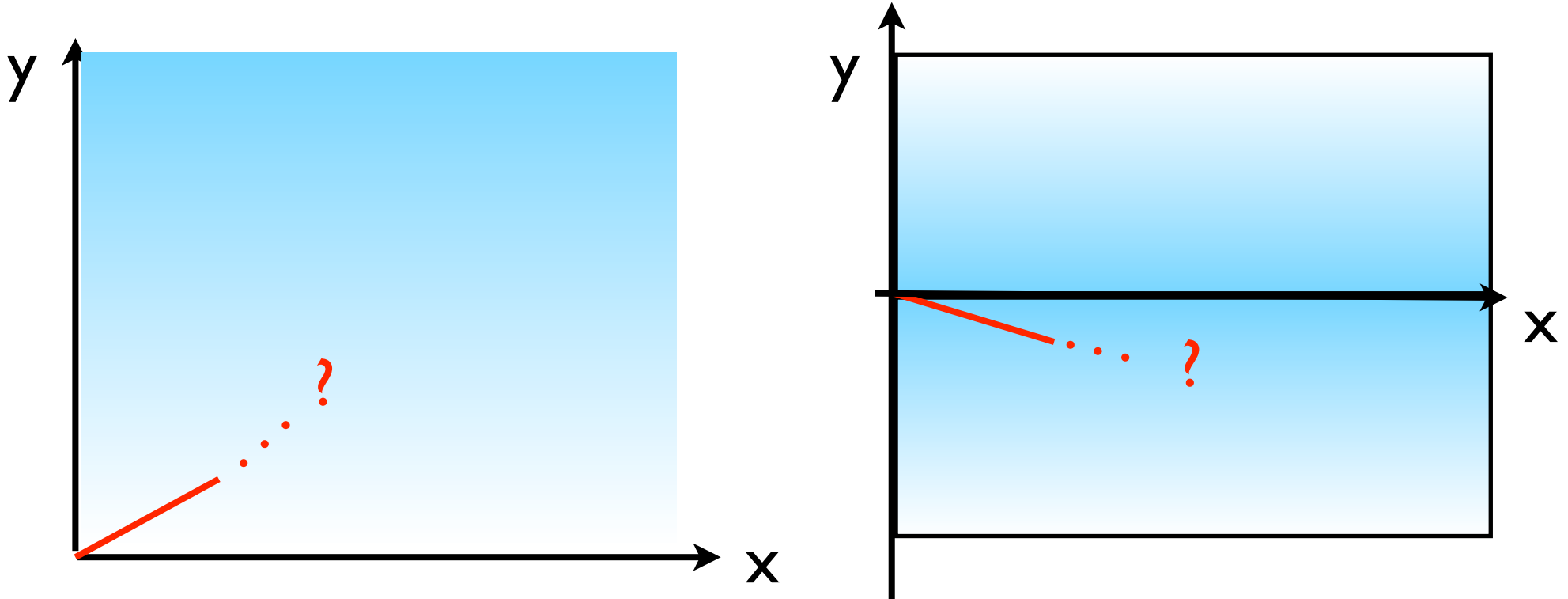


traiettoria di un raggio laser in
una vaschetta con soluzione
salina con gradiente di
concentrazione

(breve gita in laboratorio.....)

indice di rifrazione variabile

Supponiamo di conoscere l'indice di rifrazione $n(y)$
Vogliamo trovare il cammino del raggio luminoso: $y(x) = ?$



2 cose necessarie:

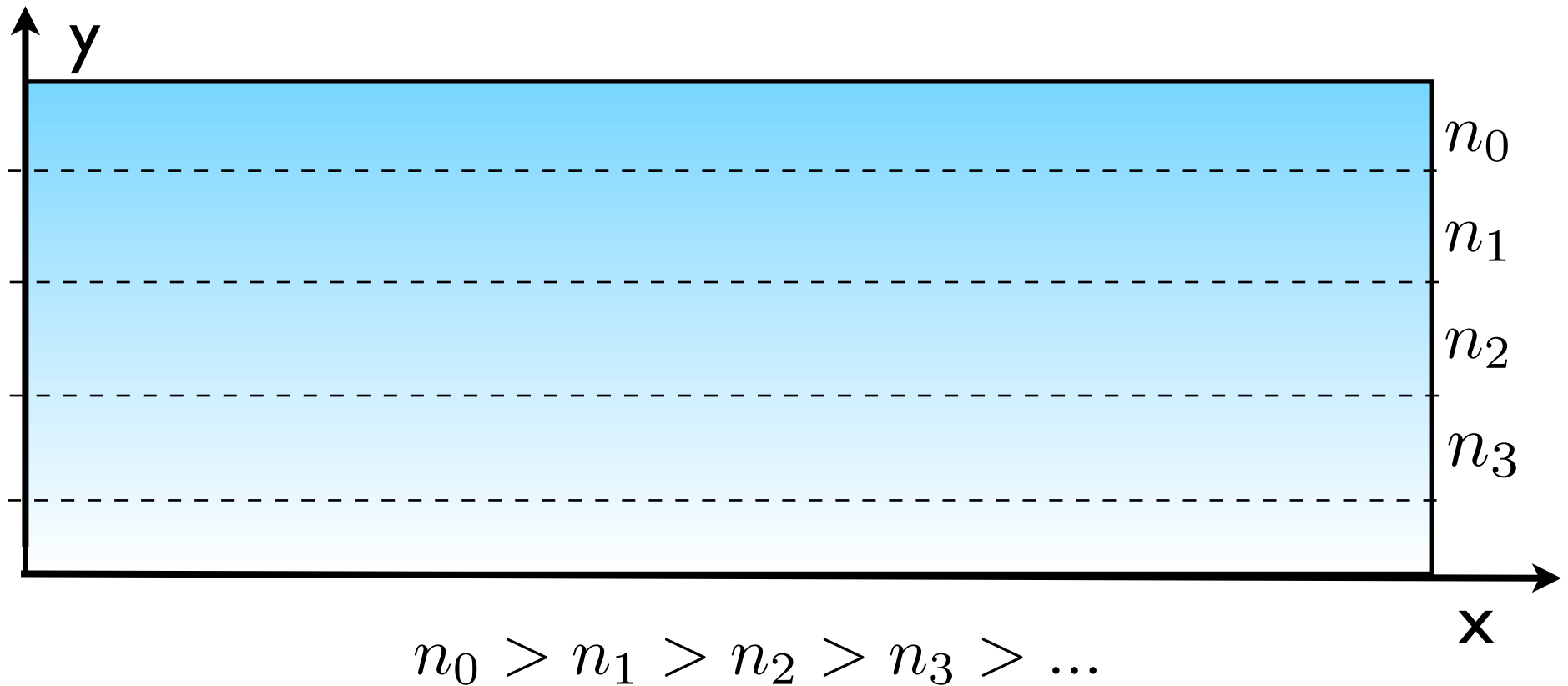
1) MODELLO per $n(y)$ (=una funzione)

2) ALGORITMO (=un metodo)
per risolvere il problema

VEDIAMO PRIMA QUESTO

Modello discreto

Consideriamo che l'indice di rifrazione vari
a strati paralleli (non necessariamente di uguale spessore):



e consideriamo la propagazione del raggio luminoso a tratti successivi
(approssimiamo il raggio curvo con una linea spezzata)

modello-I

La trattazione del cammino del raggio luminoso in un mezzo dove l'indice di rifrazione e' variabile su strati paralleli (anche molti strati!) e' un tipico problema affrontabile facilmente "a pezzettini" con il computer....

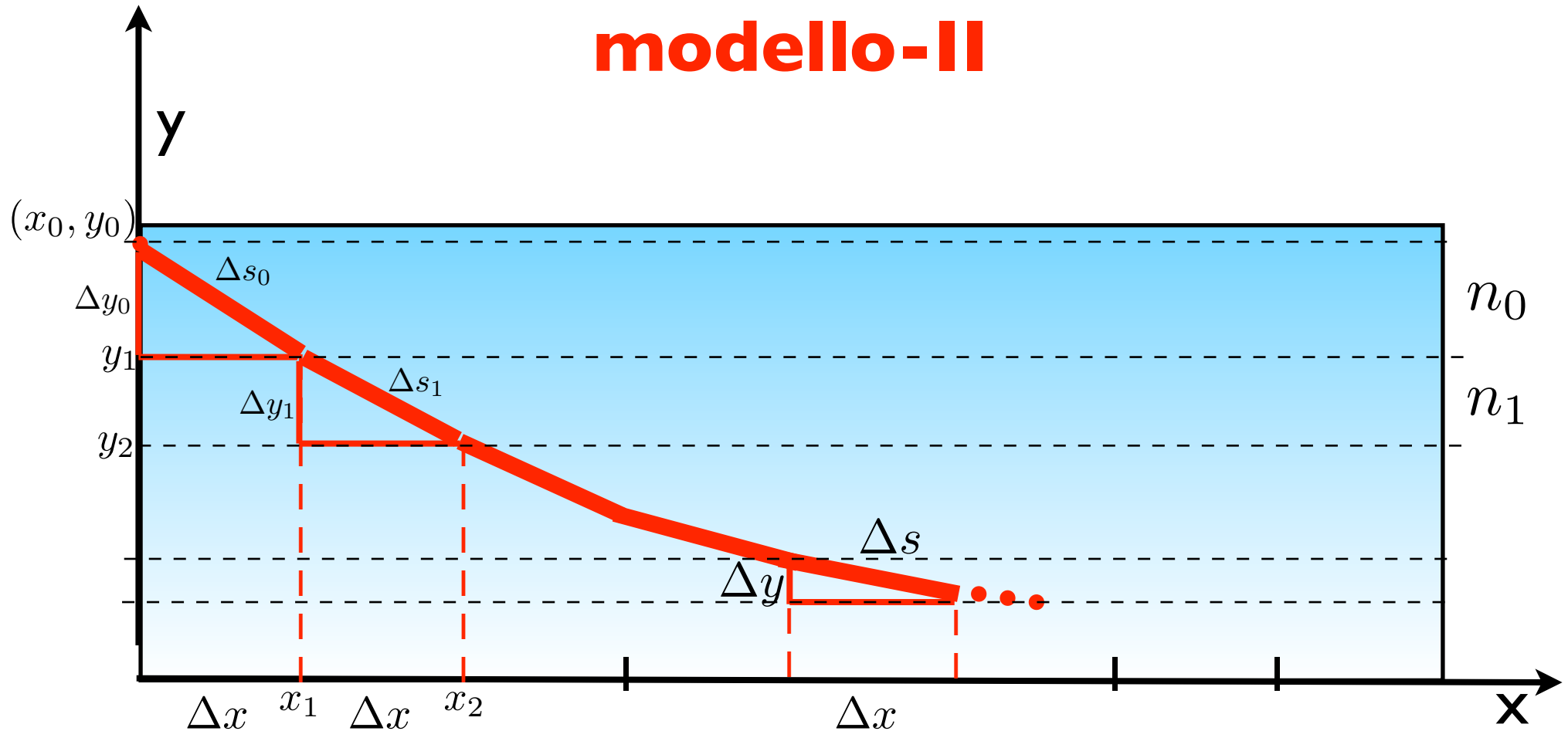
CIO' CHE FAREMO!...

Usiamo solo:

- a) la legge della rifrazione e
- b) il teorema di Pitagora,

ma le applichiamo ripetutamente
nel passaggio tra uno strato all'altro

modello-II



Consideriamo spostamenti Δx lungo x e i punti $x_1, x_2, \dots x$ e applichiamo iterativamente la legge della rifrazione:

a) rifraz. $\frac{\Delta s_0}{\Delta s_1} = \frac{n_0}{n_1}, \quad \frac{\Delta s_1}{\Delta s_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \frac{\Delta s_2}{\Delta s_3} = \frac{n_2}{n_3}, \dots$

quindi anche: $\frac{\Delta s_0}{\Delta s_2} = \frac{n_0}{n_2}, \quad \frac{\Delta s_0}{\Delta s_3} = \frac{n_0}{n_3}, \dots$ e in generale: $\frac{\Delta s_0}{\Delta s} = \frac{n_0}{n(y)}$

modello-III

b) Pitagora $(\Delta y_0)^2 = (\Delta s_0)^2 - (\Delta x)^2, \dots \quad (\Delta y)^2 = (\Delta s)^2 - (\Delta x)^2$

Usiamo a) per esprimere Δs e b) per ricavare Δy :

$$\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{\Delta x}{\Delta s_0}\right)^2} \frac{n^2(y)}{n_0^2} - 1 \quad \text{opp.} \quad \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \varphi_0} \frac{n^2(y)}{n_0^2} - 1$$

Troviamo:

$$\Delta y = \pm \Delta x \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \varphi_0} \frac{n^2(y)}{n_0^2} - 1}$$

(prendo segno “-” nel caso di fig. precedente)

Ripetiamo per ogni intervallino e troviamo tutti i punti (x_i, y_i) e quindi $y(x)$:

$$y_1 = y_0 + \Delta y_0, \quad y_2 = y_1 + \Delta y_1, \dots \quad y_i = y_{i-1} + \Delta y_{i-1}, \dots$$

Dettagli del problema:

$$\Delta y_i = \pm \Delta x_i \sqrt{\dots} \quad \text{tutto OK finche' : } \frac{1}{\left(\frac{\Delta x}{\Delta s_0}\right)^2} \frac{n^2(y_i)}{n_0^2} > 1$$

Quando puo' succedere che invece $e' < 1$?
Se Δx e' grande (spostamenti troppo grandi lungo x)

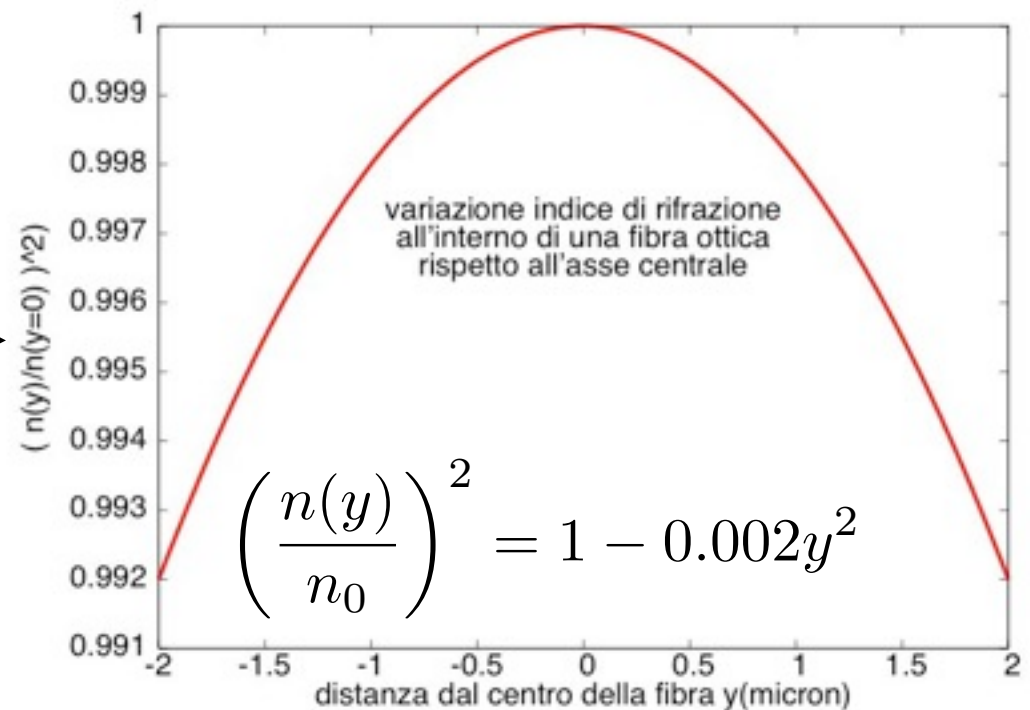
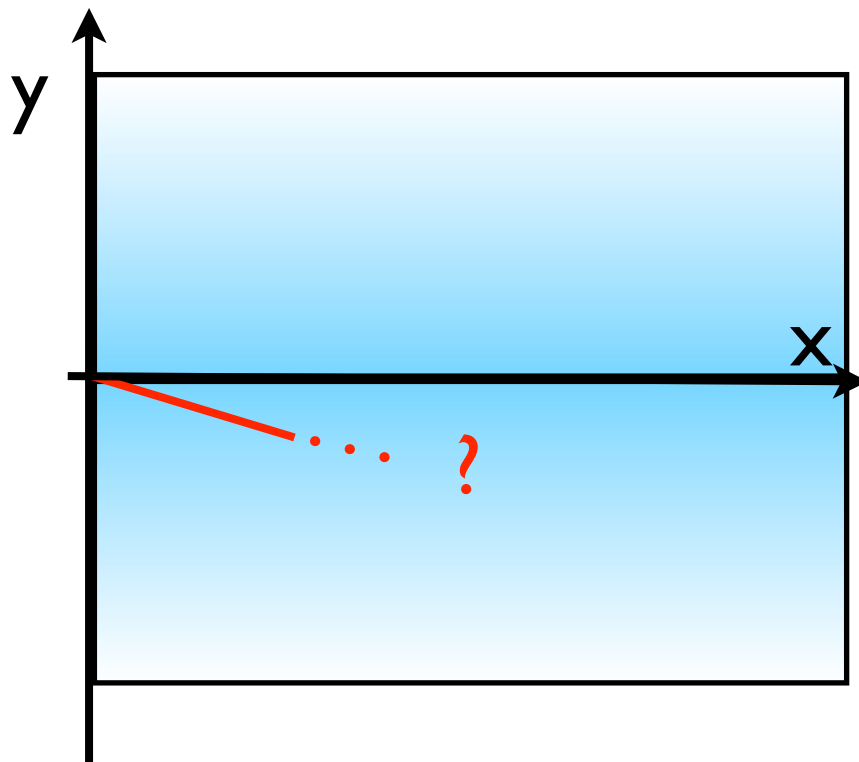
Soluzione:

dimezzo Δx ed eventualmente lo dimezzo ancora...
ripeto finche e' OK....

**Scegliamo una funzione realistica $n(y)$
che descriva i due casi citati (fibre ottiche / aria)
e proviamo ad applicare questo algoritmo ...**

Esempio I: fibra ottica “graded-index”

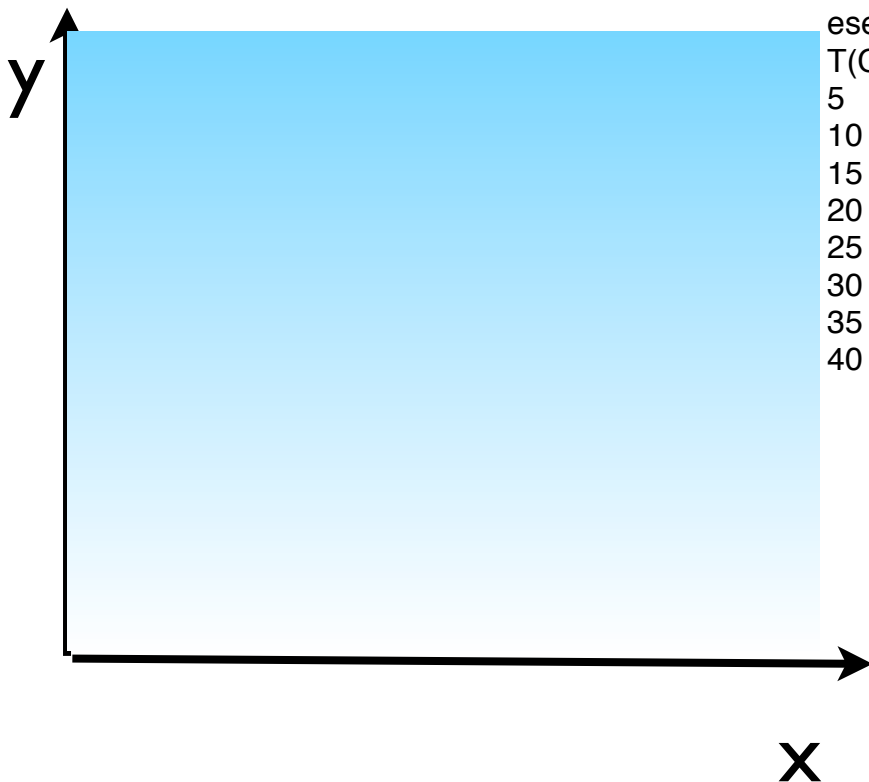
indice di rifrazione variabile dal centro alla periferia
(al centro l'indice di rifrazione è più elevato - tale variazione si
ottiene mediante l'introduzione controllata di impurezze nella fibra)



Esempio II:

aria vicino superficie calda

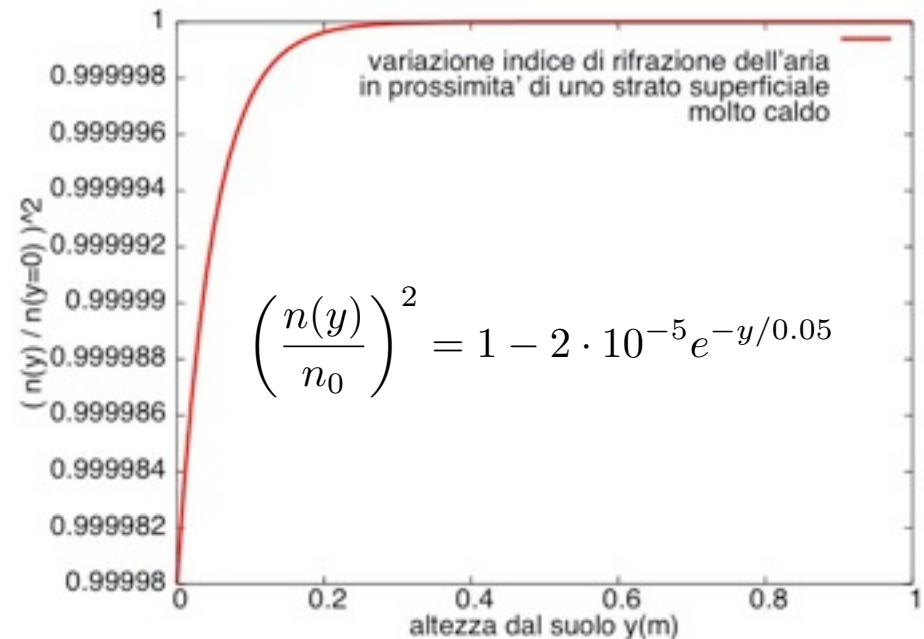
indice di rifrazione varia per effetto della temperatura:
l'aria vicina al suolo (strato di alcuni cm) e' molto piu' calda di quella soprastante, quindi meno densa, quindi con indice di rifrazione minore



esempio (per un certo 'colore'..):

T(C) n/n(vuoto)

5	1.000284
10	1.000279
15	1.000274
20	1.000269
25	1.000264
30	1.000260
35	1.000256
40	1.000252



La velocità della luce

La **velocità della luce nel vuoto** è una costante universale (c , dal latino *celeritas*): $c=299792458$ m/s , cioè circa 3×10^8 m/s

La luce rallenta passando in un mezzo diverso dal vuoto: viaggia con **velocità** v **minore di** c , cosicché il rapporto $n=c/v$ detto **indice di rifrazione** è maggiore di 1 (esprime in pratica la riduzione della velocità in quel mezzo rispetto al vuoto)

In generale, il rapporto della velocità della luce in due mezzi è uguale al rapporto inverso dei loro indici di rifrazione:

$$v_1/v_2=n_2/n_1$$

Riepilogo Algoritmo - I

- scelta del sistema ($n(y)$)
- dati iniziali (φ_0 e y_0)
- $i=1$

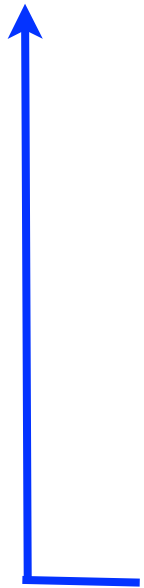
(*) ● calcola $R_{i-1} = \frac{n^2(y_{i-1})}{n_0^2 \sin^2 \varphi_0} - 1$

- Se $R_{i-1} > 0$, calcola $x_i = x_{i-1} + \Delta x$
 $y_i = y_{i-1} \pm \Delta x \sqrt{R_{i-1}}$

- Altrimenti: (**, vedi pagina seguente)

- incrementa l'indice i

- torna a (*)



Riepilogo Algoritmo - II

- Se $R_{i-1} \leq 0$, iterare:

- tornare al punto x_{i-2}

- dimezzare Δx e calcolare il nuovo y_{i-1}

(**) • ricalcolare $R_{i-1} = \frac{n^2(y_{i-1})}{n_0^2 \sin^2 \varphi_0} - 1$

- Quando $R_{i-1} > 0$, calcolare $x_{i-1} = x_{i-2} + \Delta x$ e $x_i = x_{i-1} + \Delta x$ con il nuovo Δx

- porre $y_i = y_{i-2}$

- da qui in poi invertire il segno davanti a $\sqrt{}$ e ripristinare il valore originale di Δx

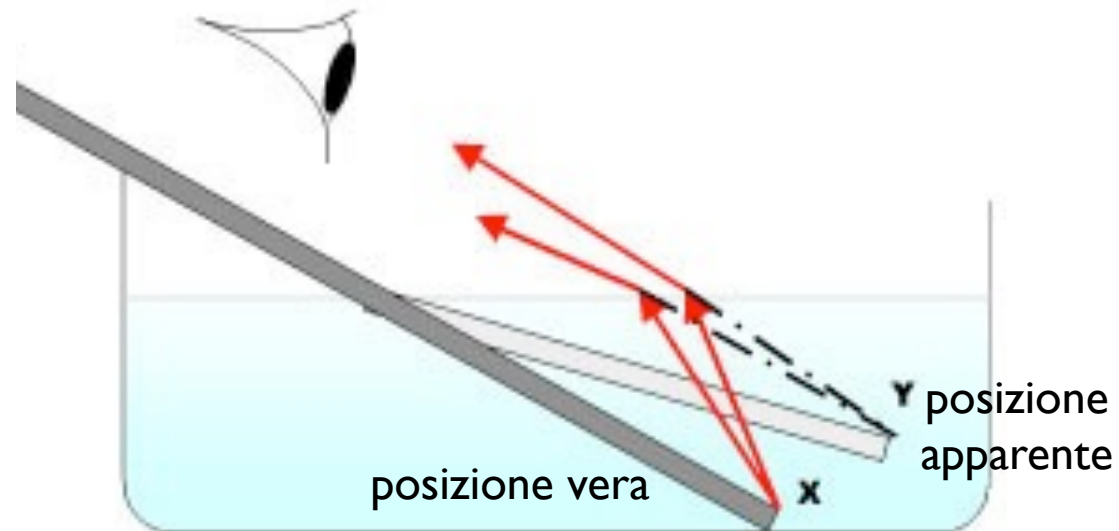
Ancora qualche spunto per approfondire

Il fenomeno della rifrazione

... ad es. nel passaggio dall'acqua all'aria ?

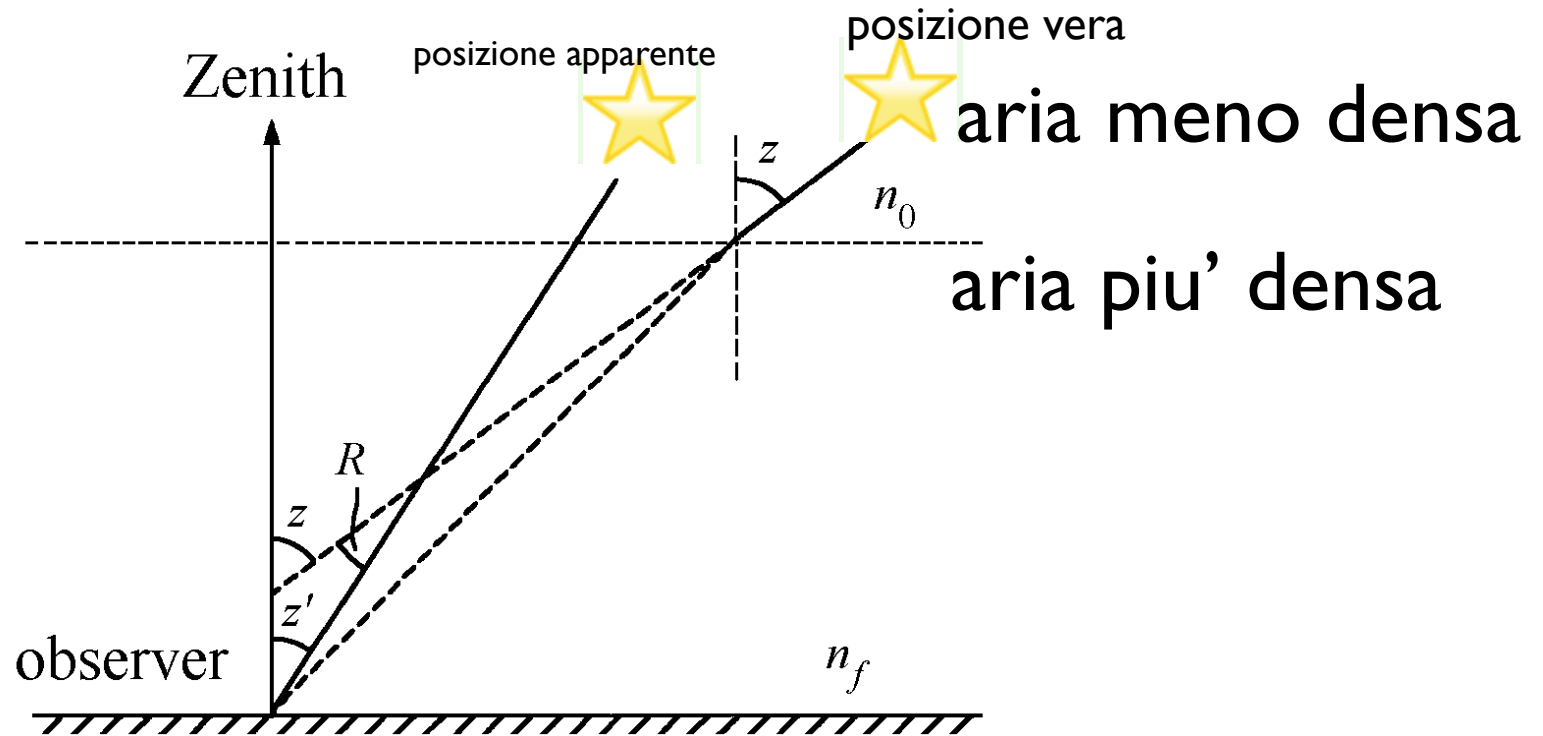


posizione apparente di
un oggetto nell'acqua:
piegamento dei raggi luminosi



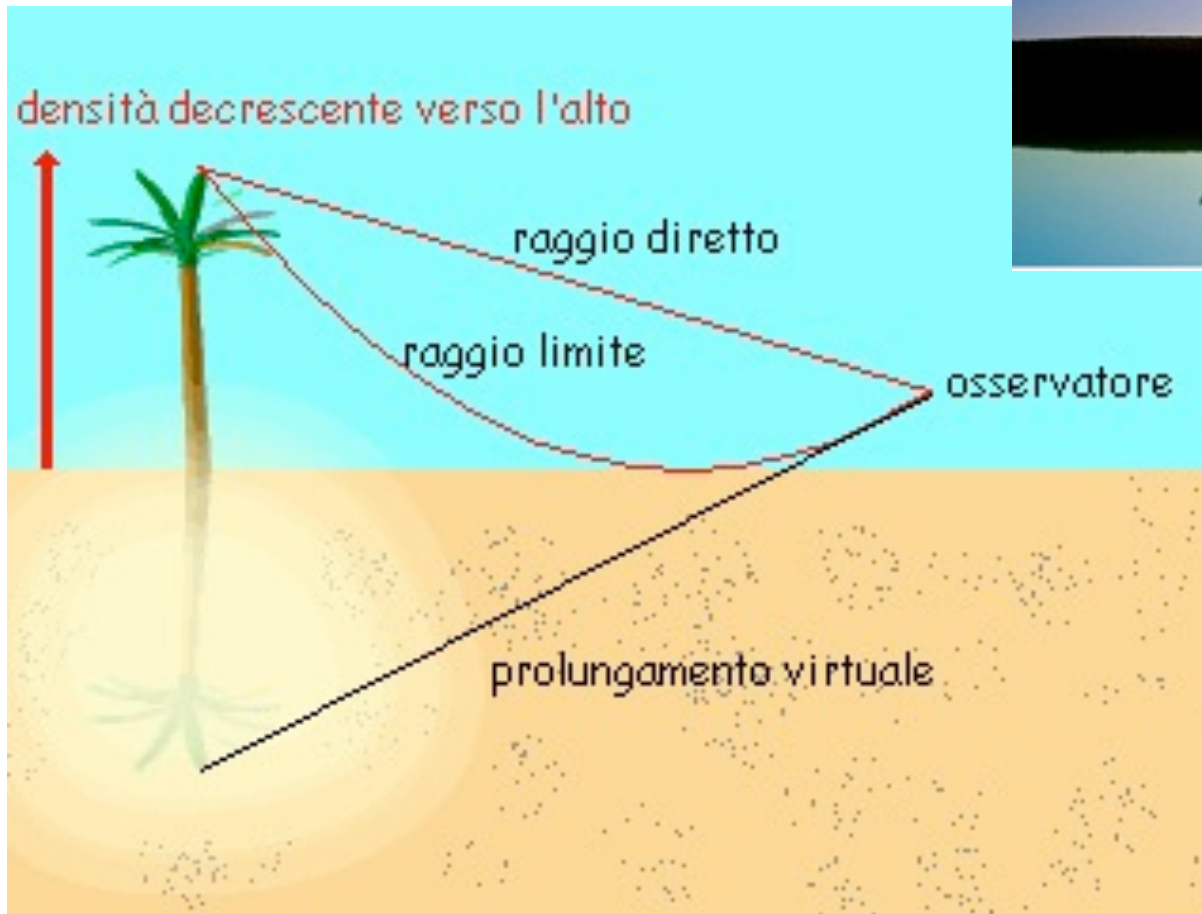
Rifrazione atmosferica: posizione apparente delle stelle

L'aria non è un mezzo omogeneo, causa la densità e la temperatura, e ciò causa diversi effetti...



L'effetto netto è che una stella è vista ad una posizione diversa da quella reale, più vicina allo Zenith

... e miraggi

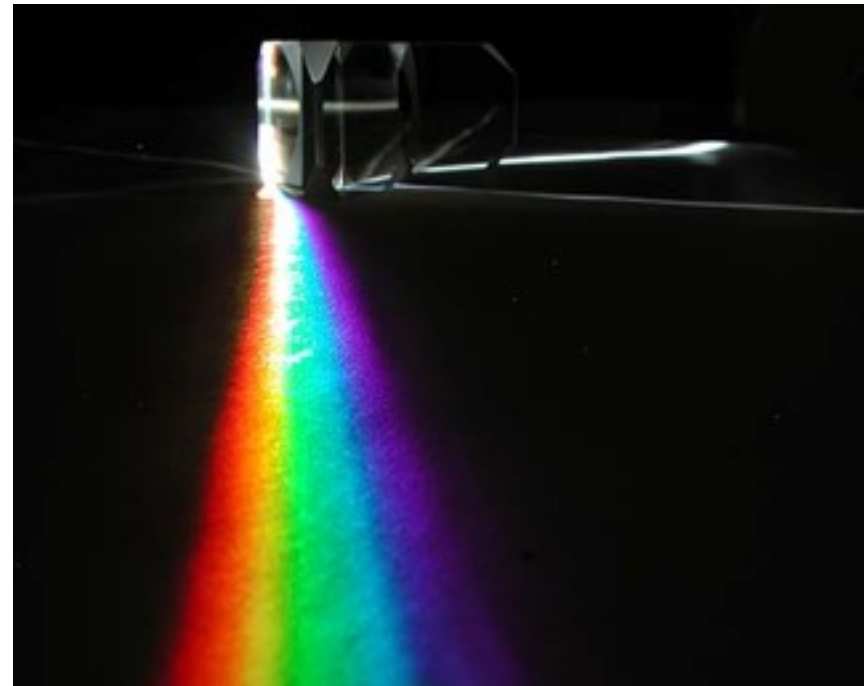
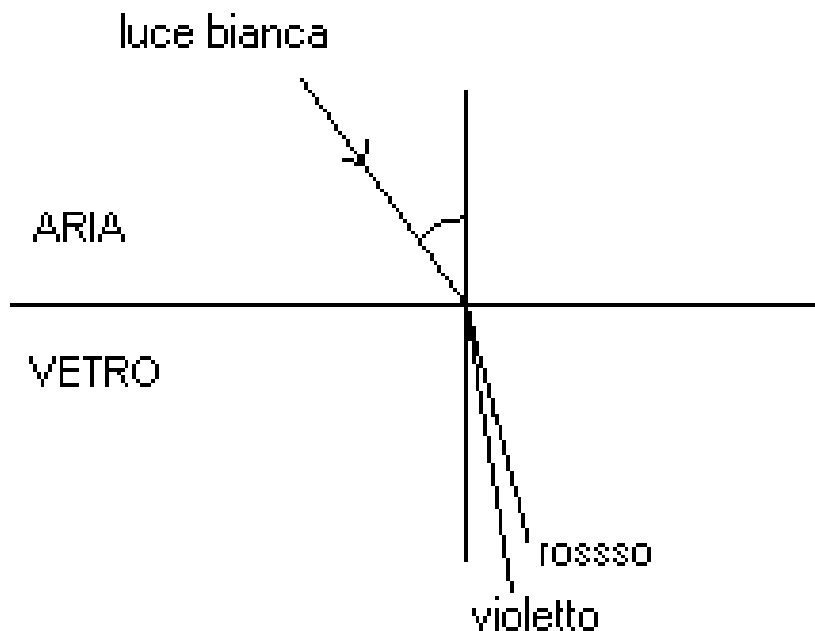


← aria più densa (meno calda)

← aria meno densa (calda)

Ancora a proposito di rifrazione e riflessione... una complicazione ...: l'indice di rifrazione dipende dal colore

n varia con il “colore” della luce (...) e ciò determina il fenomeno della **dispersione**



**...ma noi qui consideriamo
solo un colore**

Un applet java che visualizza la riflessione totale dall'acqua all'aria

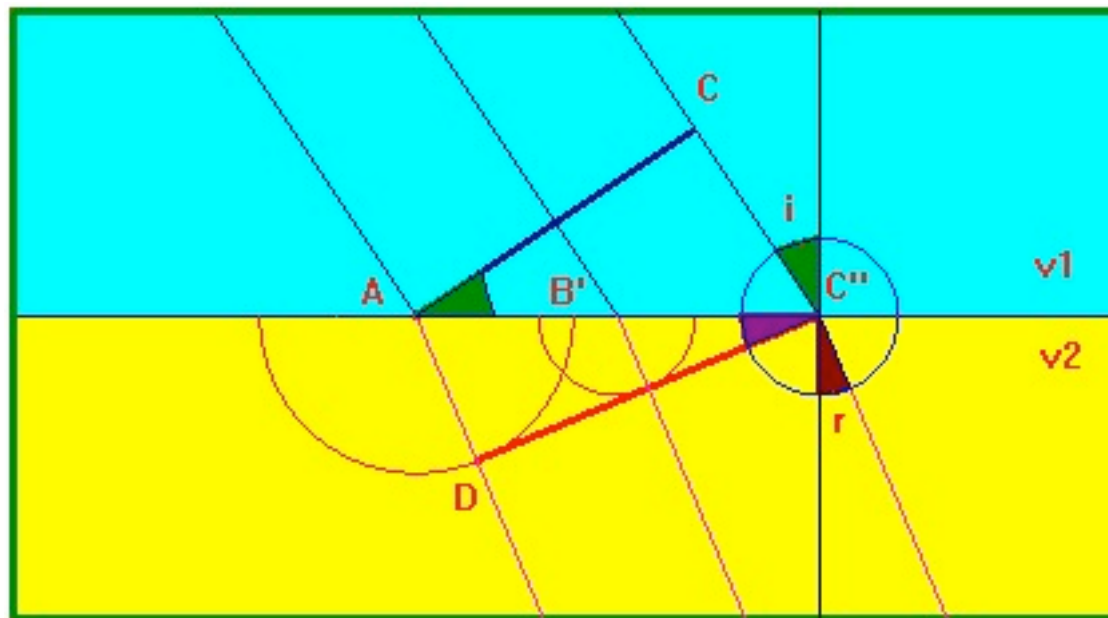
[http://dev.physicslab.org/asp/applets/javaphysmath/java/
totintrefl/default.asp](http://dev.physicslab.org/asp/applets/javaphysmath/java/totintrefl/default.asp)

e uno che visualizza la dispersione dovuta a un prisma

[http://www.ngsir.netfirms.com/englishhtm/
RefractionByPrism.htm](http://www.ngsir.netfirms.com/englishhtm/RefractionByPrism.htm)

per chi volesse approfondire...

Rifrazione e riflessione tra due mezzi omogenei in base al principio di Huygens



(si possono variare interattivamente $v1$, $v2$, e la posizione della normale alla superficie di separazione, così da variare l'angolo di incidenza)

http://www.batmath.it/cabri/huyg_rifr/huyg_rifr.htm