

Metodi Matematici della Fisica

Scritto V A.A. 2015-2016

1. Si consideri la funzione di variabile complessa $f(z) = z^t$, con t un qualunque parametro complesso e la si sviluppi in serie di Laurent in un opportuno intorno di $z = 1$. Si discuta il raggio di convergenza uniforme e la struttura della serie in funzione del parametro t .
2. Si calcoli la funzione Gamma di Euler $\Gamma(z)$ nel punto $z = -5/2$.
3. Dato lo spazio di Hilbert \mathbb{C}^d , con d intero > 1 e fissata una base ortonormale $\{|j\rangle\}_{k=1}^d$, si consideri l'operatore lineare

$$X = \sum_{k=1}^d |k \oplus 1\rangle \langle k| ,$$

con \oplus la somma modulo d tale che $k \oplus nd = k$ per ogni $1 \leq k \leq d$ e intero $n \in \mathbb{Z}$. Si dimostri che

$$X^\dagger = \sum_{k=1}^d |k \ominus 1\rangle \langle k| , \quad XX^\dagger = X^\dagger X = 1 , \quad X^d = 1 ,$$

dove $k \ominus 1$ denota la sottrazione modulo d . Usando i risultati precedenti, si trovino gli autostati di X .