

Metodi Matematici della Fisica

Scritto V A.A. 2014-2015

1. Si consideri il seguente integrale

$$I(R) = \oint_{C_R} dz \frac{1}{z^3 - 1}, \quad (1)$$

dove C_R è una circonferenza di raggio $R \neq 1$ e centro $z = 0$, e si provi che $I(R) = 0$.

2. Si discuta il seguente integrale,

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{1}{(t-1)(t^2+1)}, \quad (2)$$

e se ne calcoli il valore.

3. Si considerino la matrice diagonale

$$\rho = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

e la matrice unitaria

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Si dimostri con un argomento teorico che gli autovalori di $\rho_U = U^\dagger \rho U$ sono gli stessi di ρ e si ricavi esplicitamente la rappresentazione spettrale di ρ_U .