

Metodi Matematici della Fisica

Scritto II A.A. 2014-2015

1. Si discuta il carattere delle singolarità della funzione

$$f(z) = \frac{e^{1/z}}{z+1}, \quad z \in \mathbb{C}, \quad (1)$$

e se ne calcoli il residuo all'infinito tramite l'espansione in serie di potenze per grandi z .

2. Si calcoli il residuo in $z = 0$ della funzione $f(z)$ in (1) usando l'integrale di $f(z)$ sulla circonferenza di centro $z = 0$ e raggio $1/2$. Si confronti il risultato con il coefficiente di $1/z$ nell'espansione di Laurent attorno a $z = 0$.
3. Sia P un proiettore su un vettore $|\Psi\rangle$ di uno spazio di Hilbert \mathbb{H} . Si dimostri che

$$g(P) = \sqrt{1+P}$$

può scriversi nella forma

$$g(P) = (\sqrt{2}-1)P + 1,$$

e se ne deduca la rappresentazione spettrale, specificando autovalori, autovettori e dimensione dei relativi autospazi.