

Metodi Matematici della Fisica

Scritto VI A.A. 2013-2014

1. Si calcoli l'integrale della funzione $f(z) = \frac{1}{z^3 - 1}$
 - (a) sul cammino $\Gamma_1 = C_+ \cup C_-$ costituito dall'unione delle due circonferenze C_{\pm} di raggio $1/2$ e centri $z = -1$ e $z = 1$ e percorse entrambe in senso **antiorario**;
 - (b) sul cammino $\Gamma_2 = C_+ \cup C_-$ costituito dall'unione delle due circonferenze C_{\pm} di raggio $1/2$ e centri $z = -1$ e $z = 1$ e percorse entrambe in senso **orario**.
2. Si risolva l'equazione differenziale a coefficienti costanti

$$\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + 5 \frac{dy(x)}{dx} + y(x) = 1$$

per mezzo della trasformata di Fourier

$$\tilde{y}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-ipx} y(x) .$$

3. Si consideri il proiettore $P = |\psi\rangle\langle\psi|$ su un vettore $|\psi\rangle$ di un generico spazio di Hilbert \mathbb{H} .
 - (a) Usando la serie esponenziale si scriva il risultato dell'azione dell'operatore $U_t = e^{-itP}$ sul vettore $|\psi\rangle$.
 - (b) Si trovino gli autovalori di U_t .
 - (c) Si scriva la rappresentazione spettrale di U_t .