

# Metodi Matematici della Fisica

## Scritto II A.A. 2013-2014

1. Data la circonferenza  $C_2(0)$  centrata nell'origine e di raggio 2 si calcoli il seguente integrale di funzione complessa:

$$I = \oint_{C_2(0)} \frac{dz}{\sinh(2z)}. \quad (1)$$

2. Si calcoli il seguente integrale di funzione reale:

$$I = \int_0^{+\infty} dx \frac{\log x}{\sqrt{x}(1+x^2)}, \quad (2)$$

scegliendo il taglio nel piano complesso definito da  $-\pi \leq \arg(z) < \pi$  e chiudendo il percorso nel semipiano superiore.

3. Dati gli operatori sullo spazio di Hilbert  $\mathcal{H} = L^2(\mathbb{R})$  definiti da

$$(P\psi)(x) = \psi(-x), \quad (D\psi)(x) = -i \frac{d\psi(x)}{dx}. \quad (3)$$

si provi che

- (a)  $\frac{1 \pm P}{2}$  sono proiettori;
- (b)  $P$  non commuta con  $D$ , ma commuta con  $D^2$ .
- (c) Gli autovalori di  $D^2$  sono doppiamente degeneri.