

Fisica Matematica

Stefano Ansoldi

Dipartimento di Matematica e Informatica

Università degli Studi di Udine

Corso di Laurea in Matematica

Anno Accademico 2003/2004

Concetti fondamentali in teoria dei campi

Dai sistemi discreti ai sistemi continui:

1. teoria Lagrangiana di un sistema di $N + 1$ masse identiche connesse da N molle identiche; coordinate generalizzate e derivazione delle equazioni del moto nella formulazione Lagrangiana; momenti coniugati e quantità dinamiche nella formulazione Hamiltoniana;
2. limite continuo di un sistema di masse e molle identiche nella formulazione Lagrangiana; limite continuo delle equazioni del moto;
3. il concetto di campo; densità di Lagrangiana, densità di Hamiltoniana, densità di momento; cenni di base alla formulazione Lagrangiana e Hamiltoniana di una teoria di campo;
4. cenni al calcolo delle variazioni in più dimensioni; funzionali, derivate funzionali, estremali, equazioni di Eulero-Lagrange per i campi derivate tramite principio variazionale; interpretazione alla luce del passaggio dai sistemi discreti a quelli continui.

Complementi di algebra.

Prodotto tensoriale di spazi vettoriali:

1. Prodotto tensoriale, “Universal Factorization Property” del prodotto tensoriale per applicazioni bilineari, commutatività del prodotto tensoriale, associatività del prodotto tensoriale, distributività del prodotto tensoriale rispetto alla somma diretta di spazi vettoriali;
2. base del prodotto tensoriale, alcuni isomorfismi canonici; generalizzazione del prodotto tensoriale e di alcune proprietà al caso di un arbitrario numero finito di spazi vettoriali; proprietà duali del prodotto tensoriale; isomorfismo tra i prodotti tensoriali ed opportuni spazi di applicazioni multilineari;
3. il concetto di tensore e di componenti di un tensore;
4. contrazione di tensori.

Prodotti scalari pseudo-Euclidei:

1. prodotto scalare Euclideo e pseudo-euclideo/metrica; segnatura di una metrica; metriche Lorentziane;
2. classificazione di vettori: tipo tempo, tipo spazio e tipo luce.

Geometria differenziale.

Complementi:

1. richiamo di concetti base di topologia;
2. fibrati vettoriali e sezioni di fibrati;
3. partizioni differenziabili dell'unità;
4. curve su varietà e vettore tangente ad una curva;
5. parentesi di Lie e loro proprietà.

Tensori e campi di tensori su varietà:

1. campi di tensori e campi di tensori differenziabili; fibrati tangente e cotangente visti come fibrati tensoriali; basi di coordinate per i tensori; caratterizzazione dei campi di tensori; caratterizzazione dei campi di vettori.

Connessione:

1. l'idea di trasporto parallelo; connessione in un punto dato di una varietà; connessione su una varietà; connessione simmetrica; espressione in componenti di una connessione; simboli di connessione; caratterizzazione di una connessione simmetrica;
2. derivata covariante; derivata covariante lungo una curva: esistenza ed unicità; espressioni in componenti della derivata covariante e della derivata covariante lungo una curva;
3. campi di vettori paralleli; caratterizzazione di campi di vettori paralleli; esistenza di campi di vettori paralleli; traslazione parallela e trasporto parallelo come isomorfismo;
4. estensione della derivata covariante a campi di tensori; derivata covariante seconda;
5. curvatura; definizione del tensore di Riemann; relazione tra il tensore di Riemann e la derivata covariante seconda di un campo di vettori; componenti del tensore di Riemann in una base di coordinate; proprietà di simmetria del tensore di Riemann; tensore di Ricci;
6. curve auto-parallele e la mappa esponenziale su varietà; proprietà del differenziale della mappa esponenziale; mappa esponenziale come diffeomorfismo locale.

Geometria Riemanniana e Lorentziana:

1. Metrica Riemanniana/Lorentziana; esistenza di una metrica Riemanniana/Lorentziana;

Relatività.

Relatività speciale:

1. cenni ai concetti di spazio e tempo in meccanica pre-relativistica;
2. principio di relatività e legge di propagazione della luce nel vuoto;
3. apparente contraddizione tra il principio di relatività e la legge di propagazione della luce nel vuoto;
4. riflessione di Einstein sui concetti di spazio e tempo; definizione operativa di simultaneità; applicazione della riflessione sulla relatività della simultaneità e del principio di relatività ai cambiamenti di sistema di riferimento;
5. trasformazioni di Lorentz ed il gruppo di Lorentz; derivazione delle leggi di trasformazioni di Lorentz a partire dal principio di relatività e dalla legge di propagazione della luce nel vuoto; intervallo invariante; riderivazione delle leggi di trasformazioni di Lorentz come gruppo di simmetria della metrica di Minkowski (nel caso bidimensionale); cenni alle generalizzazioni al caso quadridimensionale.

Relativita' Generale:

1. sistemi inerziali e non-inerziali; l'esperimento dell'ascensore di Einstein; il principio di equivalenza; il principio di covarianza generale;
2. equazioni di Einstein nel vuoto e loro derivazione da un principio variazionale;
3. proprietà delle equazioni di Einstein;
4. significato fisico del tensore metrico: misure di intervalli spaziali, temporali e sincronizzazione degli orologi;
5. il limite non-relativistico della Relatività Generale;
6. proprietà di conservazione in fisica classica ed in Relatività Speciale; leggi di conservazione e principio di covarianza generale; il tensore energia impulso e le equazioni di Einstein in presenza di sorgenti.